

УДК 504.43/45.06:(556.535:004.01)

РАСЧЕТ ДИФфуЗНОГО СТОКА КОНСЕРВАТИВНЫХ ЗАГРЯЗНИТЕЛЕЙ ДЛЯ ВОДОСБОРОВ МАЛЫХ РАВНИННЫХ РЕК НА ПРИМЕРЕ РЕКИ БАРНАУЛКИ

В.Ю. Филимонов, О.В. Ловцкая, А.В. Кудишин

*Институт водных и экологических проблем СО РАН, Барнаул,**E-mail: vyfilimonov@rambler.ru, lov@iwep.ru, avkudishin@yandex.ru*

В работе рассматривается метод оценки удельного расхода консервативных загрязнителей, поступающих в русло малых равнинных рек. На основе асимптотического решения уравнения адвекции-диффузии проведен расчет расхода поллютантов с применением методов оптимизации. С использованием указанного метода предложен способ расчета неизвестных параметров, входящих в модель. Установлено, что результаты расчета удовлетворительно соответствуют результатам натурных измерений, выполненных на реке Барнаулке Алтайского края. Проведена оценка величин удельного и полного стока некоторых загрязнителей. Преимуществом метода является использование ограниченного количества точек отбора проб на исследуемом участке русла.

Ключевые слова: диффузное загрязнение; малые равнинные реки; уравнение адвекции-диффузии; обратная задача; определение параметров; оптимизация.

DOI: 10.24412/2410-1192-2023-17005

Дата поступления: 8.06.2023. Принята к печати: 13.07.2023

Вынос химических веществ с контроля качества воды, где основной водосбора является одной из основных проблемой является определение массового расхода поступления загрязняющих веществ в реку как для точечных сбросов, так и для распределенных источников с водосборных площадей (диффузный сток). Для анализа точечных сбросов загрязнителей предложено значительное количество способов решения обратных задач, в частности [Boano и др., 2005; Badia, Hamdi, 2007; Andrle, Badia, 2007; Liu и др., 2014]. Кроме того, точечные сбросы, как правило, могут контролироваться по объему и составу. Расчет диффузных стоков представляет собой более сложную

Вынос химических веществ с контроля качества воды, где основной водосбора является одной из основных проблемой является определение массового расхода поступления загрязняющих веществ в реку как для точечных сбросов, так и для распределенных источников с водосборных площадей (диффузный сток). Для анализа точечных сбросов загрязнителей предложено значительное количество способов решения обратных задач, в частности [Boano и др., 2005; Badia, Hamdi, 2007; Andrle, Badia, 2007; Liu и др., 2014]. Кроме того, точечные сбросы, как правило, могут контролироваться по объему и составу. Расчет диффузных стоков представляет собой более сложную

В этой ситуации возникает необходимость рассмотрения обратных задач

задачу [Марчук, 1982]. Известно, что диффузный сток загрязнителей определяется их поступлением с обширных водосборных территорий, к числу которых принадлежат нерегулярные застройки, полигоны, сельскохозяйственные поля, свалки, фермы и т.д. Как следствие, диффузный сток не регулируется и не контролируется. На сегодняшний день существует ряд математических методов, позволяющих рассчитать пространственное распределение удельного расхода тех или иных растворенных веществ, поступающих с участка водосбора в исследуемый водоток [Wang, Liu, 2012; Kulbay и др., 2017; Stanev и др., 2018] на основе данных о распределении концентрации в русле. Однако следует иметь в виду, что с точки зрения корректности указанных методов, основанных, как правило, на применении регрессионного анализа [Kulbay и др., 2017; Stanev и др., 2018; Самарский, Вабищевич, 2009], необходимо большое количество информации. В реальности же, количество отобранных проб для определения распределения поллютантов по длине русла ограничено.

В исследовании [Филимонов, Ловцкая, 2019] предложен метод расчета прямой задачи распределения концентрации загрязнителя в предположении малого изменения его удельного расхода на анализируемом участке. В настоящей работе этот метод применен для оценки удельного расхода загрязнителя по данным распределения его концентрации на участке реки Барнаулки. Применение нелинейной оптимизации для определения параметров модели позволяет получить

удовлетворительные результаты по ограниченному числу точек отбора проб.

Математическая модель

Для расчета удельного расхода загрязнителя использовалось уравнение адвекции-диффузии [Кучмент, 1983]:

$$\frac{\partial(\omega c)}{\partial t} + \frac{\partial(Qc)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(E\omega \frac{\partial c}{\partial x} \right) = \Phi(x, t) \quad (1)$$

где ω – площадь сечения русла (м^2), c – массовая концентрация загрязнителя ($\text{кг}/\text{м}^3$), Q – объемный расход воды ($\text{м}^3/\text{с}$), E – коэффициент продольной дисперсии ($\text{м}^2/\text{с}$), $\Phi(x, t)$ – удельный массовый расход загрязнителя ($\text{кг}/\text{мс}$).

Для адекватного описания процессов стока зачастую необходимо знать некую минимальную составляющую (базовый сток), не связанную с осадками, паводками, процессами снеготаяния и т.д. Как правило, данная величина определяется переносом загрязняющих веществ путем почвенной фильтрации и с грунтовыми водами. Для ее определения правильнее анализировать установившиеся течения, т.е. стационарную задачу (1). Отбор проб в меженьный период, как правило, показывает существование участков монотонного роста концентрации того или иного растворенного вещества (см., например, [Отчет..., 2018]), которые, очевидно, связаны с непрерывным стоком с водосбора. Такие участки являются потенциально опасными и требуют весьма подробного теоретического и практического изучения.

В работе [Филимонов, Ловцкая, 2019] получено стационарное решение уравнения (1) в виде:

$$\theta(z) = \frac{\beta - K}{e^a - 1} (e^{az} - 1) - Kz \quad (2)$$

где $\theta(z) = c(z)/c_A - 1$, $c(z)$ – массовая концентрация загрязнителя в точке z , c_A – концентрация на левой границе интервала $z = 0$ (верхний створ), $z = x/L$ – обезразмеренная координата (L – длина исследуемого участка), $\alpha = VL/E$ – диффузионный критерий Пекле [Лойцянский, 2003] (V – средняя скорость течения), $\beta = c_B/c_A - 1$, c_B – концентрация на правой границе интервала $z = 1$ (нижний створ), $K = \varphi_0/c_A$, $\varphi_0 = L\Phi/Q$ – функция источника, имеющая размерность концентрации, Φ – удельный расход загрязнителя, поступающего в русло. Предложенное решение справедливо при выполнении соотношения: $(\Phi_{\max} - \bar{\Phi})/\bar{\Phi} \ll 1$, где $\bar{\Phi}$ – среднее значение удельного расхода, $\Phi_{\max}$ – наибольшее значение удельного расхода, т.е. предполагается, что удельный расход меняется незначительно.

Особенности поведения зависимости (2) при различных значениях параметров подробно проанализированы в [Филимонов, Ловцкая, 2019]. Указанная зависимость определяется двумя неизвестными параметрами α и φ_0 . Таким образом, если имеется экспериментально наблюдаемая зависимость $\theta_i(z_i)$, полученная на основании анализа отобранных проб, появляется возможность определения упомянутых неизвестных параметров, например, с использованием метода нелинейной оптимизации. Чрезвычайно важно, что в этом случае исчезает необходимость рассмотрения большого массива точек (10^2 – 10^3), который требуется для расчета обратной задачи методами регуляризации.

Объект исследования

Река Барнаулка является левым притоком Оби и впадает в нее на 3409-м километре от устья [Река..., 2000]. В нижнем течении река протекает через г. Барнаул и испытывает сильное антропогенное воздействие: в реку поступают неочищенные бытовые, ливневые и промышленные сточные воды, вода Барнаулки в устьевой части характеризуется как «грязная» (рис.1).

Для верификации предложенной в статье математической модели использованы данные экспедиционных исследований, выполненных сотрудниками ИВЭП СО РАН в мае 2000 г., в июле и в сентябре 2018 г. [Отчет..., 2018; Носкова и др., 2019].

Размещение пунктов отбора проб проводилось с таким расчетом, чтобы охарактеризовать нарастание антропогенного влияния на реку. Точки наблюдения 1–3 находятся в пригородной части и наименее подвержены антропогенному влиянию. Точки 4–8 находятся в городской черте. Отбор проб выполнялся в отсутствие дождевых осадков в течение 8 ч. В таблице 1 представлены параметры русла в точках отбора проб.

Расчет параметров методом оптимизации

Параметры модели α , φ_0 , входящие нелинейно в уравнение (2), определялись из условия минимизации функции (3):

$$S = \sum_{i=1}^k (c_{ic} - c_{im})^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

где c_{ic} – расчетное значение концентрации, c_{im} – измеренное значение концентрации в данной точке, k – число измерений.

В связи с плохой обусловленностью задачи для определения параметров использовался метод “сеток” [Дрейпер, Смит, 2016]. Результаты расчетов представлены на рис. 2.

С использованием результатов расчета удалось оценить неизвестные параметры распределения (2) φ_0 и α . Результаты расчета приведены в таблице 2.

Результаты и их обсуждение

Основной сложностью анализа уравнения адвекции-диффузии (1) для

диффузионного стока является полная неопределенность в задании удельного массового расхода при стоке загрязнителя $\Phi(x,t)$. Действительно, указанная зависимость является внешним фактором, и ее восстановление методом обратных задач с использованием единственного уравнения (1) невозможно. В работе [Филимонов, Ловцкая, 2019] показано, что решение стационарного уравнения (1) допускает асимптотическое представление при больших значениях параметра α .

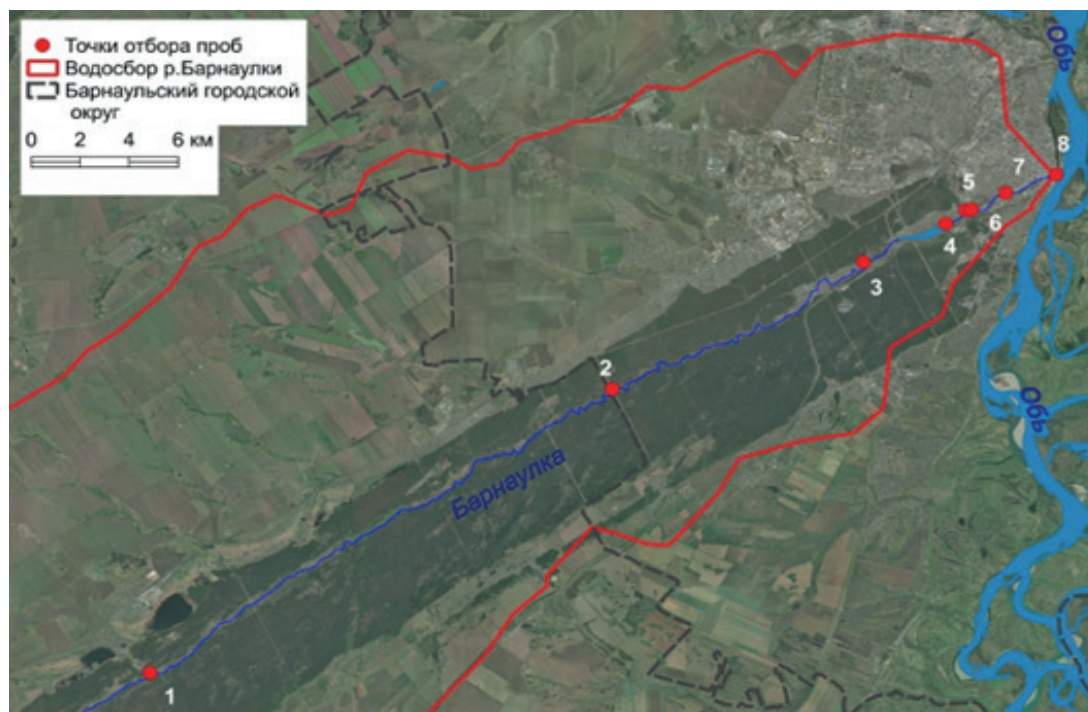


Рис.1. Карта-схема пунктов отбора проб воды на участке водосбора р. Барнаулки (подложка – QGIS→QuickMapServices→Esri Satellite)

Fig. 1. Schematic map of water sampling points in the Barnaulka River catchment (basic layer – QGIS→QuickMapServices→Esri Satellite)

Таблица 1

Гидрологические параметры р. Барнаулки в точках отбора проб воды

Table 1

Hydrological parameters of the Barnaulka River in sampling points

Точки отбора проб	1	2	3	4	5	6	7	8
Расстояние от устья, км	50.39	26.35	9.87	5.74	4.66	4.41	2.62	0.15
Расход воды, м³/с, (13.09.2018)	2.42	2.40	2.52	2.6	2.79	2.97	2.97	2.97
Расход воды, м³/с, (25.05.2000)	2.22	2.50	2.80	3.35	3.53	4.20	4.28	4.28

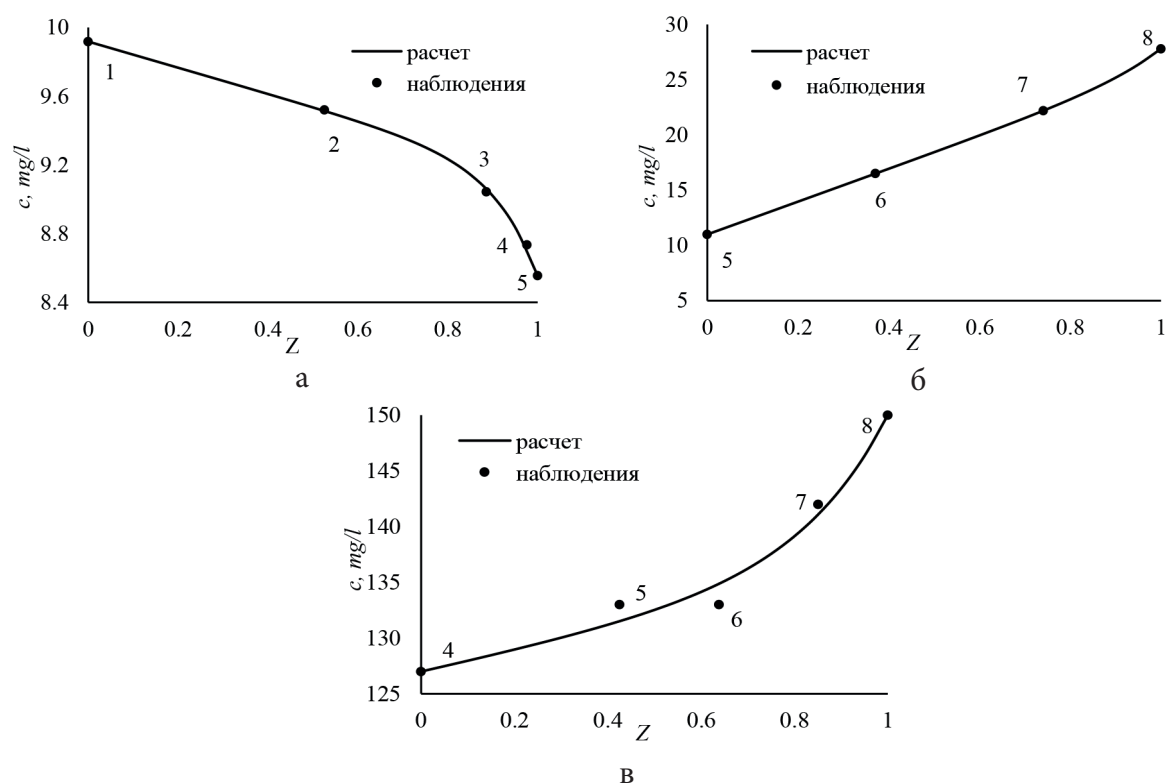


Рис.2. Результаты расчета распределения концентраций растворенных веществ в русле реки Барнаулки с использованием модели (2) и оптимизации (3). Точки отображают результаты измерений:

(а) Li; (б) Mn; (в) Cl^-

Fig.2. Calculation results of dissolved pollutant distribution in the Barnaulka River using model (2) and optimization (3). The dots indicate the measurement results: (a) Li; (b) Mn; (c) Cl^-

Таблица 2

Оценка параметров расчета

Table 2

Estimation of calculation parameters

Загрязнитель	Участок	φ_0 , мкг/л	α	R^2	Средний расход, м ³ /с	Φ , г/мс	F , г/с
Li	1–5	0.02	10.63	0.999	2.55	$1.00 \cdot 10^{-9}$	$45.73 \cdot 10^{-6}$
Mn	4–8	14.83	8.5	0.999	2.92	$9.53 \cdot 10^{-6}$	0.043
Cl^-	4–8	9180	5.24	0.987	2.92	$5.94 \cdot 10^{-3}$	26.8

Примечание. R^2 – коэффициент детерминации, представляющий долю дисперсии зависимой переменной, объясняемой рассматриваемой моделью [Lewicki, Hill, 2007]. Φ , F – удельный и полный расход загрязнителя соответственно.

Note. R^2 is the determination coefficient representing the part of the dependent variable variance explained by the model [Lewicki, Hill, 2007]. Φ , F are the specific and total pollutant discharge, respectively.

Однако полученное решение остается степени однородности геохимических
 ся приближенно справедливым в случае полей на данном участке водосбора. Таким
 незначительного отклонения величины образом, если удельный массовый расход
 $\Phi(z)$ от $\bar{\Phi}$ на рассматриваемом участке. загрязнителя меняется незначительно
 Последнее имеет место при высокой на данном участке, характерный

тренд распределения концентрации будет соответствовать зависимостям, представленным в работе [Филимонов, Ловцкая, 2019]. В этом случае критерием однородности распределения загрязнителя в стоке (либо критерием применимости модели (2)) можно считать близость к единице коэффициента детерминации R^2 при анализе соответствия измеренных и расчетных значений концентрации (см. таблицу 2). Расчет, проведенный в представленной работе, иллюстрирует приведенные соображения. Таким образом, критерием малого изменения удельного расхода загрязнителя на исследуемом участке может являться близость измеренного распределения к зависимости (2).

Заключение

В статье рассмотрено стационарное уравнение адвекции-диффузии для диф-

фузных стоков загрязнителя в русло реки. Получено асимптотическое решение задачи для больших значений критерия Пекле и малых отклонений удельного массового расхода от средней величины. Предложен метод оценки указанных параметров для решения обратной задачи оценки полного и удельного расхода загрязнителя по измеренным значениям его концентрации при малом количестве точек отбора проб. Для верификации метода проведено сопоставление результатов расчета с результатами измерений на р. Барнаулке. Методом нелинейной оптимизации определены соответствующие параметры задачи (число Пекле и удельный массовый расход поллютанта) для лития, марганца и хлора. Значение коэффициента детерминации R^2 , близкое к единице, свидетельствует об адекватности модели.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of Interest. The authors declare that they has no competing interests.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВЭП СО РАН (проект «Изучение механизмов природных и антропогенных изменений количества и качества водных ресурсов Сибири с использованием гидрологических моделей и информационных технологий»).

Список литературы

Диффузное загрязнение водных объектов / Ред. В.И. Данилов-Данильян. М.: РАН, 2020. 512 с.

Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Диалектика, 2016. 912 с.

Кучмент Л.С. Формирование речного стока. Физико-математические модели. М.: Наука, 1983. 209 с.

Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.

Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.

Носкова Т.В., Подчуфарова Д.П., Лысенко М.С., Овчаренко Е.А. Папина Т.С., Ловцкая О.В., Марусин К.В., Дьяченко А.В. Экологический мониторинг состояния реки Барнаулки по химическим показателям // Известия АО РГО. 2019. Т.55, №4. С.130–136. doi: 10.24411/2410-1192-2019-15515

Отчет о научно-исследовательской работе по проекту «Разработка методов оценки диффузного стока с урбанизированных территорий путем решения обратных задач моделирования качества воды». Барнаул, ИВЭП СО РАН, 2018. Номер госрегистрации АААА-А18-118112390023-7.

Река Барнаулка: экология, флора и фауна бассейна / Ред. М.М. Силантьева. Барнаул: Экоclub АлтГУ, 2000. 222 с.

Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: ЛКИ, 2009. 480 с.

Филимонов В.Ю., Ловцкая О.В. Анализ стационарных распределений концентрации консервативных примесей при диффузном загрязнении малых равнинных рек // Известия АО РГО. 2019. Т. 54, №3. С. 77–82. doi: 10.24411/2410-1192-2019-15408

Andrle M., Badia A.E. Identification of multiple moving pollution sources in surface waters or atmospheric media with boundary observations // Inverse Probl. 2012. Vol. 28. P. 1–22.

Badia A.E., Hamdi A. Inverse source problem in an advection–dispersion–reaction system: application to water pollution // Inverse Probl. 2007. Vol. 23. P. 2103–2120.

Boano F., Revelli R., Ridolfi L. Source identification in river pollution problems: A geostatistical approach // Water Resour. Res. 2005. Vol. 41. P. 1–13.

Guidelines for the annual and periodical compilation and reporting of waterborne pollution inputs to the Baltic Sea (PLC-Water). Helsinki, Finland: HELCOM Publ., 2015. 143 p.

Kulbay M., Mukanova B., Sebu C. Identification of separable sources for advection-diffusion equations with variable diffusion coefficient from boundary measured data. // Inverse Problems in Science and Engineering. 2017. Vol. 25. P. 279–308.

Lewicki P., Hill T. Statistics: Methods and Applications. Tulsa, OK: StatSoft, 2007. 719 p.

Liu X., Chen L., Hua Z., Chu K. Inverse problem on pollutant source identification in 1D channel // Journal of Hydroelectric Engineering. 2014. Vol. 33. P. 132–135.

Stanev V.G., Iliev F.L., Hansen S., Vesselinov V.V., Alexandrov B.S. Identification of release sources in advection-diffusion system by machine learning combined with Green's function inverse method // Applied Mathematical Modelling. 2018. Vol. 60. P. 64–76.

Wang Z., Liu J. Identification of the pollution source from one-dimensional parabolic equation models // Applied Mathematics and Computation. 2012. Vol. 219. P. 3403–3413.

References

Diffuznoe zagryaznenie vodnyh ob'ektov [Diffuse pollution of water bodies] / Ed. V.I. Danilov-Danilyan. M.: RAS, 2020. 512 p. (in Russian).

Draper N.R., Smith H. Applied Regression Analysis. M.: Dialectics, 2016. 912 p. (in Russian).

Kuchment L.S. Formirovanie rechnogo stoka fizicheskie i matematicheskie modeli [Formation of river runoff. Physical and mathematical models]. M.: Nauka, 1983. 209 p. (in Russian).

Loitsyansky L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza. [Mechanics of liquid and gas]. M.: Drofa, 2003. 840 p. (in Russian).

Marchuk G.I. Matematicheskoe modelirovanie v probleme okruzhayushchey sredy [Mathematical Models in Environmental Problems]. M.: Nauka, 1982. 320 p. (in Russian).

Noskova T.V., Podchufarova D.P., Lysenko M.S., Ovcharenko E.A., Papina T.S., Lovtskaya O.V., Marusin K.V., Dyachenko A.V. Ekologicheskiy monitoring sostoyaniya reki Barnaulki po khimicheskim pokazatelyam [Environmental monitoring of River Barnaulka state by its chemical compounds] // Bull. of AB RGS. 2019. Vol. 55, no. 4. P. 130–136. (in Russian). doi: 10.24411/2410-1192-2019-15515

Otchet o nauchno-issledovatel'skoy rabote po proektu «Razrabotka metodov otsenki dif-fuznogo stoka s urbanizirovannykh territoriy putem resheniya obratnykh zadach modelirovaniya kachestva vody» [Report on research within the project «Development of methods for assessing non-point pollution by urban areas through solving inverse problems of water quality modeling»]. Barnaul, IWEP SB RAS, 2018. State registration: AAAA-A18-118112390023-7. (in Russian).

Reka Barnaulka: ekologiya, flora i fauna bassejna [The Barnaulka River: Ecology, Flora and Fauna of the Basin] / Ed. M.M. Silantyeva Barnaul: Ecoclub of ASU, 2000. 222 p. (in Russian).

Samarsky A.A., Vabishchevich P.N. Chislennyye metody resheniya obratnykh zadach matematicheskoy fiziki [Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics]. M.: LKI, 2009. 480 p. (in Russian).

Filimonov V.Yu., Lovtskaya O.V. Analiz stacionarnykh raspredeleniy koncentracii konservativnykh primesey pri diffuznom zagryaznenii malykh ravninnykh rek [Analysis of stationary distribution of conservative impurities concentration during small rivers diffuse pollution] // Bull. of AB RGS. 2019. Vol. 54, no. P. 77–82. (in Russian). doi: 10.24411/2410-1192-2019-15408

Andrle M., Badia A.E. Identification of multiple moving pollution sources in surface waters or atmospheric media with boundary observations // Inverse Probl. 2012. Vol. 28. P. 1–22.

Badia A.E., Hamdi A. Inverse source problem in an advection–dispersion–reaction system: application to water pollution // Inverse Probl. 2007. Vol. 23. P. 2103–2120.

Boano F., Revelli R., Ridolfi L. Source identification in river pollution problems: A geostatistical approach // Water Resour. Res. 2005. Vol. 41. P. 1–13.

Guidelines for the annual and periodical compilation and reporting of waterborne pollution inputs to the Baltic Sea (PLC-Water). Helsinki, Finland: HELCOM Publ., 2015. 143 p.

Kulbay M., Mukanova B., Sebu C. Identification of separable sources for advection-diffusion equations with variable diffusion coefficient from boundary measured data. // Inverse Problems in Science and Engineering. 2017. Vol. 25. P. 279–308.

Lewicki P., Hill T. Statistics: Methods and Applications. Tulsa, OK: StatSoft, 2007. 719 p.

Liu X., Chen L., Hua Z., Chu K. Inverse problem on pollutant source identification in 1D channel // Journal of Hydroelectric Engineering. 2014. Vol. 33. P. 132–135.

Stanev V.G., Iliev F.L., Hansen S., Vesselinov V.V., Alexandrov B.S. Identification of release sources in advection-diffusion system by machine learning combined with Green's function inverse method // Applied Mathematical Modelling. 2018. Vol. 60. P. 64–76.

Wang Z., Liu J. Identification of the pollution source from one-dimensional parabolic equation models // Applied Mathematics and Computation. 2012. Vol. 219. P. 3403–3413.

DIFFUSIVE DISCHARGE CALCULATION OF CONSERVATIVE POLLUTANTS FOR SMALL LOWLAND RIVERS WATERSHEDS ON THE EXAMPLE OF THE BARNAULKA RIVER

V.Yu. Filimonov, O.V. Lovtskaya, A.V. Kudishin

Institute for Water and Environmental Problems SB RAS, Barnaul,

E-mail: vyfilimonov@rambler.ru, lov@iwep.ru, avkudishin@yandex.ru

The paper presents a method for estimating conservative pollutants specific discharge in small lowland rivers. Based on the asymptotic solution of the advection-diffusion equation and optimization methods, we calculated pollutant discharge and proposed a method for the determination of unknown model parameters. The results of calculations and field measurements performed on the Barnaulka River (Altai Krai) showed satisfactory agreement. The values of specific and total discharge of some pollutants were analyzed. The merit of this method is the use of a limited number of sampling points the studied section of the river channel.

Keywords: diffuse pollution; small lowland rivers; advection-diffusion equation; inverse problem; parameter determination; optimization.

Received June 8, 2023. Accepted: July 13, 2023

Сведения об авторах

Филимонов Валерий Юрьевич – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института водных и экологических проблем СО РАН. Россия, 656038, г. Барнаул, Молодежная, д. 1, ИВЭП СО РАН. ORCID: 0000-0003-0229-7058. E-mail: vyfilimonov@rambler.ru.

Ловцкая Ольга Вольфовна – старший научный сотрудник Института водных и экологических проблем СО РАН. Россия, 656038, г. Барнаул, Молодежная, д. 1, ИВЭП СО РАН. ORCID: 0000-0002-3942-1350. E-mail: lov@iwep.ru.

Кудишин Алексей Васильевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института водных и экологических проблем СО РАН. Россия, 656038, г. Барнаул, Молодежная, д. 1, ИВЭП СО РАН. ORCID: 0000-0002-5613-5778. E-mail: avkudishin@yandex.ru.

Information about the authors

Filimonov Valery Yur'evich – Dr. Sc. in Physics and Mathematics, chief researcher of the Institute for Water and Environmental Problems SB RAS (IWEP SB RAS). 1, Molodezhnaya St., 656038 Barnaul, Russia. ORCID: 0000-0003-0229-7058. E-mail: vyfilimonov@rambler.ru.

Lovtskaya Olga Vol'fovna – Senior researcher of the Institute for Water and Environmental Problems SB RAS (IWEP SB RAS). 1, Molodezhnaya St., 656038 Barnaul, Russia. ORCID: 0000-0002-3942-1350. E-mail: lov@iwep.ru.

Kudishin Alexey Vasil'evich – PhD in Physics and Mathematics, Senior researcher of the Institute for Water and Environmental Problems SB RAS (IWEP SB RAS). 1, Molodezhnaya St., 656038 Barnaul, Russia. ORCID: 0000-0002-5613-5778. E-mail: kudishin@iwep.ru.